Kombinatorische Schaltnetze (1)

Kombinatorische Schaltnetze:

Realisierung einer logischen oder mathematischen Funktion

Gatter (Basiseinheit eines kombinatorischen Schaltnetzes)**:**

Eine Box mit einem oder mehreren Eingängen und einem Ausgang, wobei der Ausgang das Ergebnis der Anwendung einer Funktion (realisiert durch das betreffende Gatter) auf die Eingangsbelegungen darstellt.

Beispiel:

Ein Gatter mit 2 Eingängen A und B und einem Ausgang C mit

$$C = F(A, B),$$

wobei A,B,C zweiwertige Variable sind und F eine logische Funktion.

Kombinatorische Schaltnetze (2)

Eigenschaften:

- Schaltnetze werden vom Eingang zum Ausgang gelesen (in der Regel von links nach rechts)
- Soll eine Variable an mehreren Eingängen angelegt, d.h. mit mehreren Eingängen verbunden werden, dann wird dies durch einen Verbindungspunkt symbolisiert (im Gegensatz dazu, dass sich 2 Leitungen in einem Design einfach kreuzen, ohne miteinander verbunden zu sein)
- Ausgang eines Gatters ist eine Funktion ausschließlich seiner Eingänge (im Gegensatz zu den Basiseinheiten bei sequentiellen Schaltnetzen.).

Der elementarste Weg, die Funktion eines Gatters, also das Verhältnis von Eingangsvariablen zur Ausgangsvariablen, zu beschreiben, sind

Wahrheitstabellen:

Für jede mögliche Kombination von Eingangsbelegungen (Inputs) wird die entsprechende Ausgangsbelegung (Output) angegeben

Kombinatorische Schaltnetze (3)

Basisgatter: AND-Verknüpfung (Konjunktion)

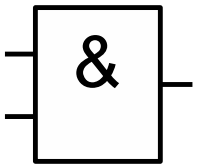
- Die AND-Verknüpfung zweier Aussagen a und b ist eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn beide Aussagen wahr sind.

- Schaltalgebra: $y = a \cdot b$
- Aussagenlogik: $y = a \wedge b$

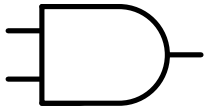
Wahrheitstabelle

a	b	$a \cdot b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Schaltsymbol

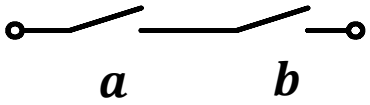


nach DIN / IEC



nach ANSI / IEEE

Schalter



Kombinatorische Schaltnetze (4)

Basisgatter: OR-Verknüpfung (Disjunktion)

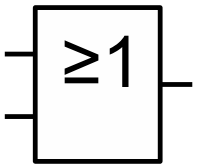
- Die OR-Verknüpfung zweier Aussagen a und b ist eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn *mindestens eine* der Aussagen wahr ist.

- Schaltalgebra: $y = a + b$
- Aussagenlogik: $y = a \vee b$

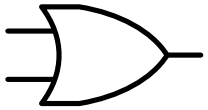
Wahrheitstabelle

a	b	$a + b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Schaltsymbol

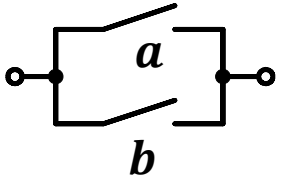


nach DIN / IEC



nach ANSI / IEEE

Schalter



Kombinatorische Schaltnetze (5)

Basisgatter: NOT (Negation)

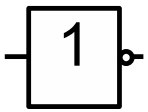
- Ein NOT (Negation) ist eine Umkehrung des Wahrheitswertes.

- Schaltalgebra: $y = \overline{a}$
- Aussagenlogik: $y = \neg\, a$

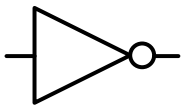
Wahrheitstabelle

a	$\overline{a}$
0	1
1	0

Schaltsymbol

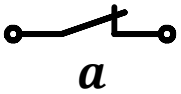


nach
DIN / IEC



nach
ANSI / IEEE

Schalter



Kombinatorische Schaltnetze (6)

Zusammengesetzte Gatter: NAND-Verknüpfung (NOT AND)

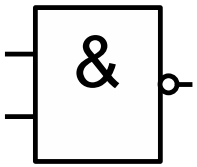
- Die NAND-Verknüpfung zweier Aussagen a und b ist eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn mindestens eine der Aussagen nicht wahr ist.

- Schaltalgebra: $y = \overline{a \cdot b}$
- Aussagenlogik: $y = \neg (a \wedge b)$

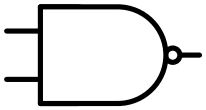
Wahrheitstabelle

a	b	$\overline{a \cdot b}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Schaltsymbol

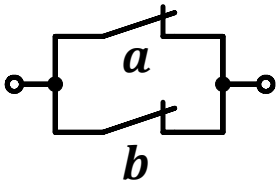


nach DIN / IEC



nach ANSI / IEEE

Schalter



Kombinatorische Schaltnetze (7)

Zusammengesetzte Gatter: NOR-Verknüpfung (NOT OR)

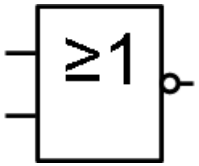
- Die NOR-Verknüpfung zweier Aussagen a und b ist eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn alle Aussagen nicht wahr sind.

- Schaltalgebra: $y = \overline{a + b}$
- Aussagenlogik: $y = \neg\,(a \vee b)$

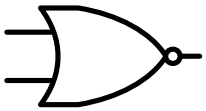
Wahrheitstabelle

a	b	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Schaltsymbol

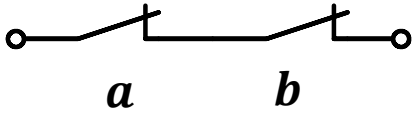


nach DIN / IEC



nach ANSI / IEEE

Schalter



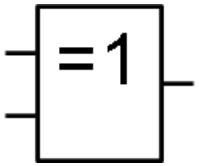
Kombinatorische Schaltnetze (8)

Zusammengesetzte Gatter: XOR-Verknüpfung (Exclusive OR)

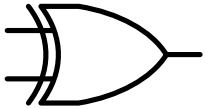
- Die XOR-Verknüpfung zweier Aussagen a und b ist eine Aussage, die genau dann wahr ist, wenn genau eine der Aussagen wahr ist.

- Schaltalgebra: $y = a\overline{b} + \overline{a}b = a \oplus b$

Schaltsymbol



nach DIN / IEC

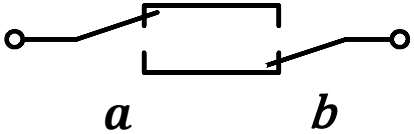


nach ANSI / IEEE

Wahrheitstabelle

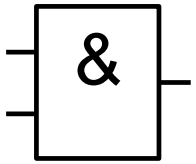
a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Schalter

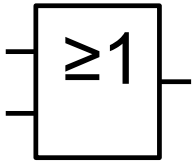


Kombinatorische Schaltnetze (9)

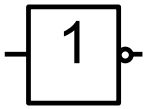
Logische Symbole für die 5 Basisgatter:



AND (UND)

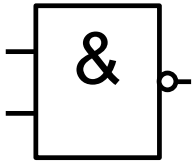


OR (ODER)

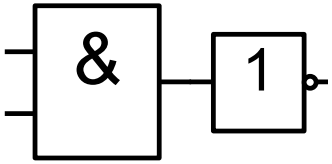


INVERTER, NOT
(NEGATOR)

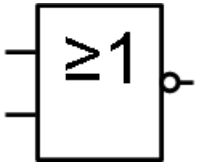
NAND
(Not AND)



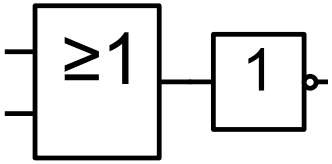
Kurzform von



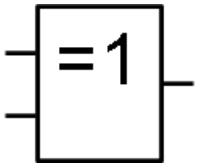
NOR
(Not OR)



Kurzform von



EXOR
(Exclusive OR)

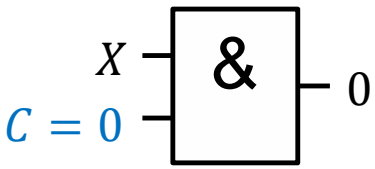


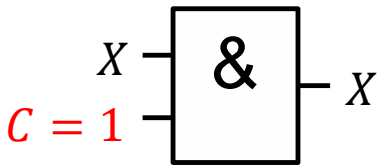
Kombinatorische Schaltnetze (10)

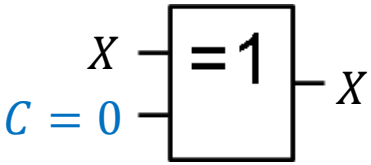
Gatter zur Steuerung des Informationsflusses:

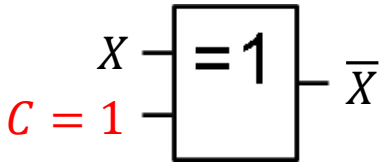
Verwendung von Gattern mit 2 Eingängen, wobei ein Eingang die Funktion einer Kontrollvariablen übernimmt. Ihre Belegung (0 oder 1) entscheidet darüber, ob Informationen des anderen Eingangs weitergeleitet oder invertiert werden

Beispiele:







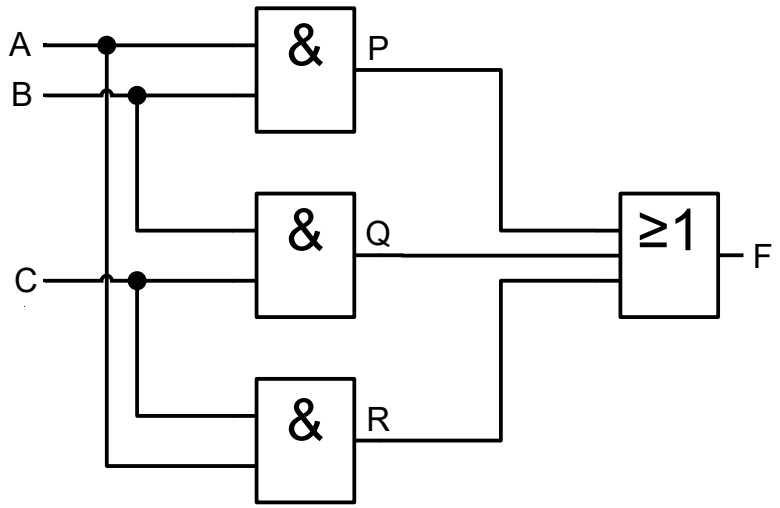


C	X	$C \cdot X$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

C	X	$C \oplus X$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Kombinatorische Schaltnetze (11)

Beispiel 1:

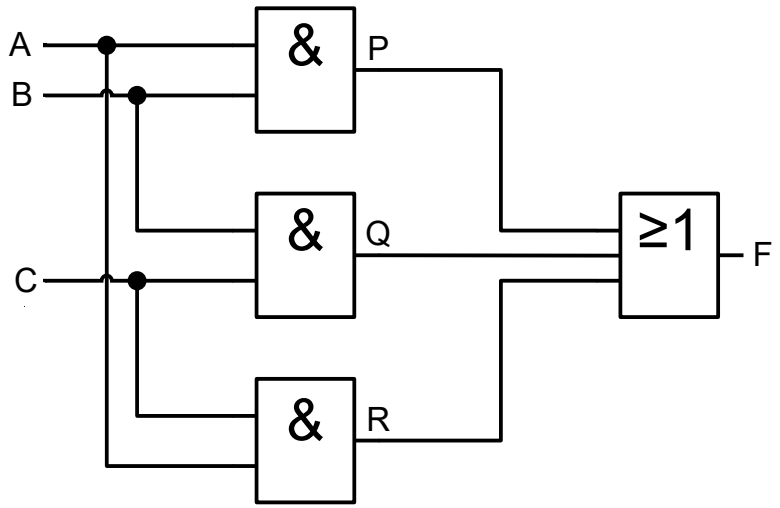


Wahrheitstabelle:

A	B	C	$P = AB$	$Q = BC$	$R = AC$	$F = P + Q + R$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Kombinatorische Schaltnetze (12)

Beispiel 1:

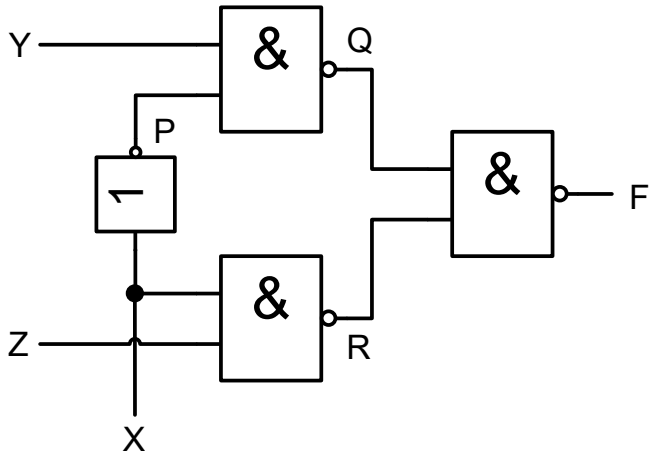


Wahrheitstabelle:

A	B	C	$P = AB$	$Q = BC$	$R = AC$	$F = P + Q + R$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Kombinatorische Schaltnetze (13)

Beispiel 2:

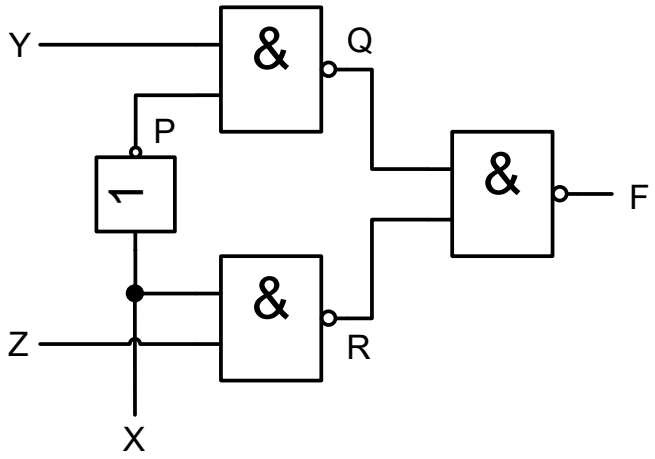


Wahrheitstabelle:

X	Y	Z	$P = \overline{X}$	$Q = \overline{YP}$	$R = \overline{XZ}$	$F = \overline{QR}$
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1

Kombinatorische Schaltnetze (14)

Beispiel 2:



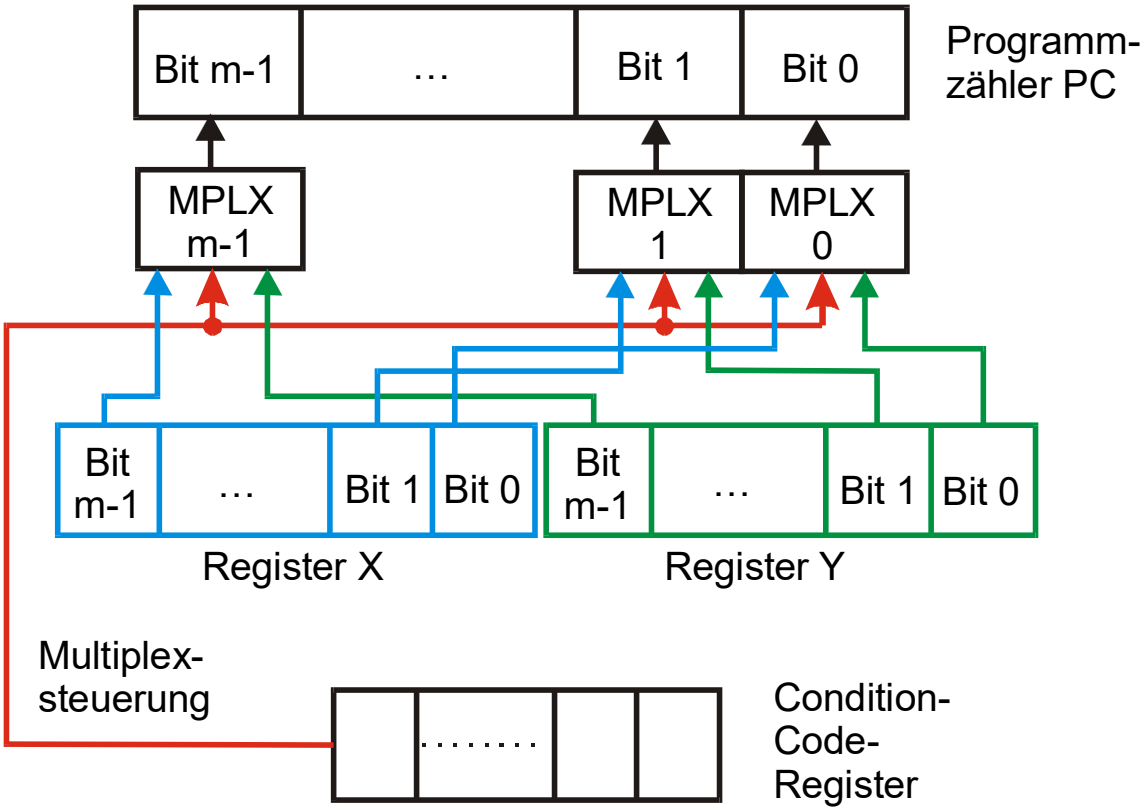
Wahrheitstabelle:

X	Y	Z	$P = \overline{X}$	$Q = \overline{YP}$	$R = \overline{XZ}$	$F = \overline{QR}$
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1

Kombinatorische Schaltnetze (15)

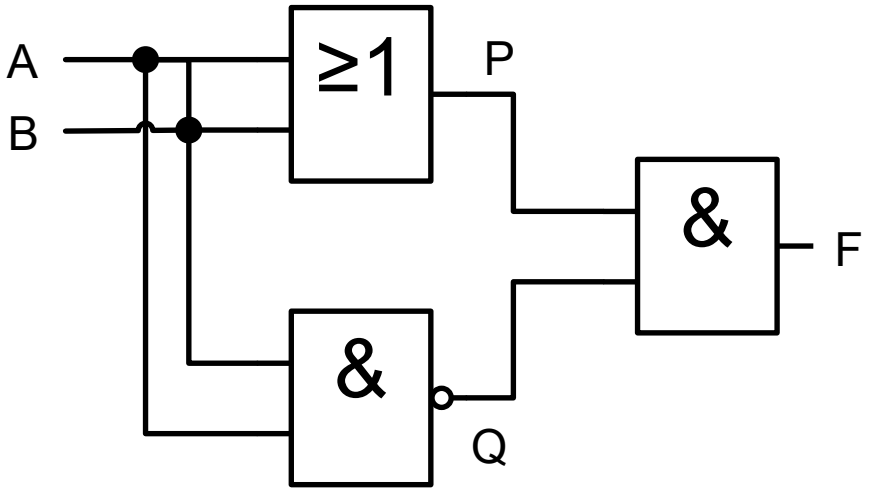
Anwendung eines Multiplexers:

Realisierung eines bedingten Sprungs in einer Programmausführung durch eine Hardware-Schaltung



Kombinatorische Schaltnetze (16)

Beispiel 3:

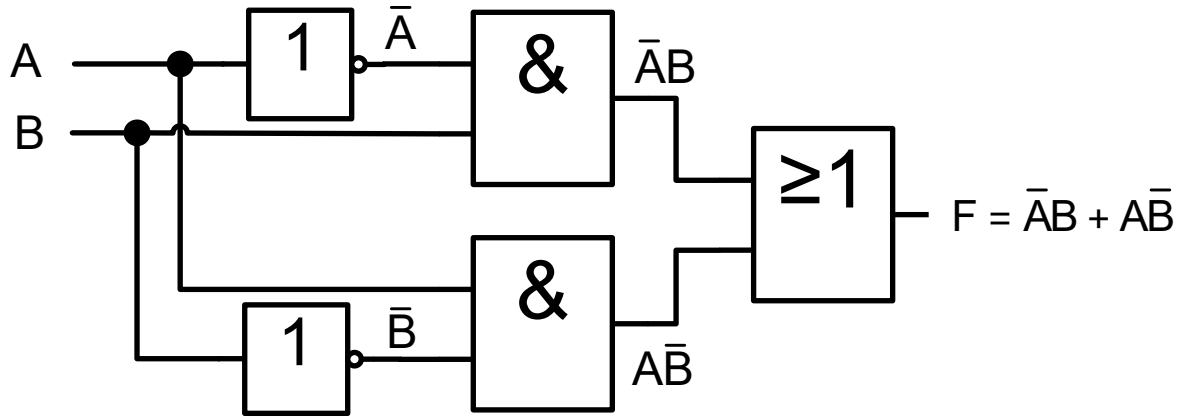


Wahrheitstabelle:

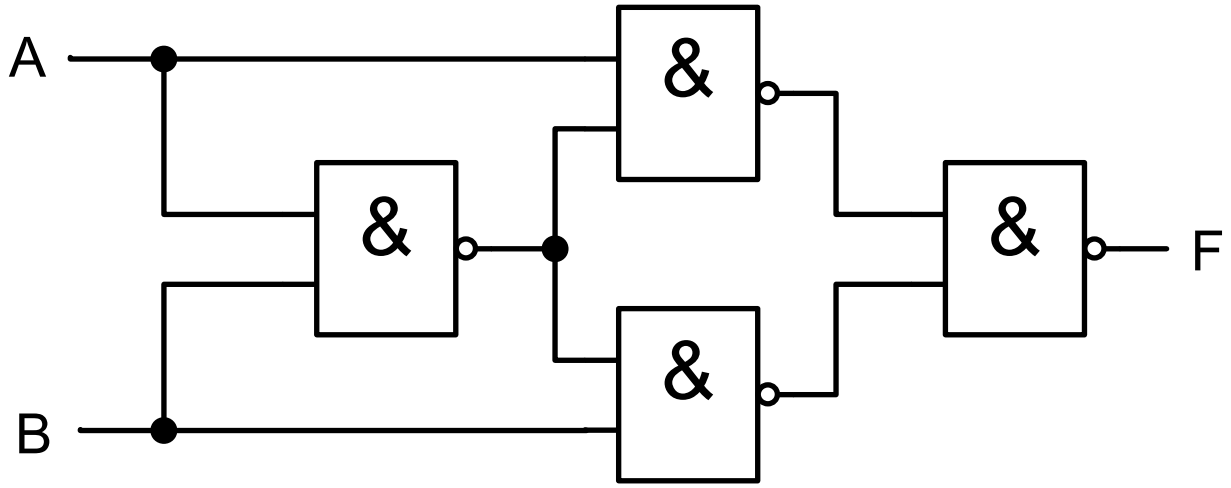
A	B	$P = A + B$	$Q = \overline{AB}$	$F = PQ$
0	0	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	1	0	0

Kombinatorische Schaltnetze (17)

Beispiel 3a:



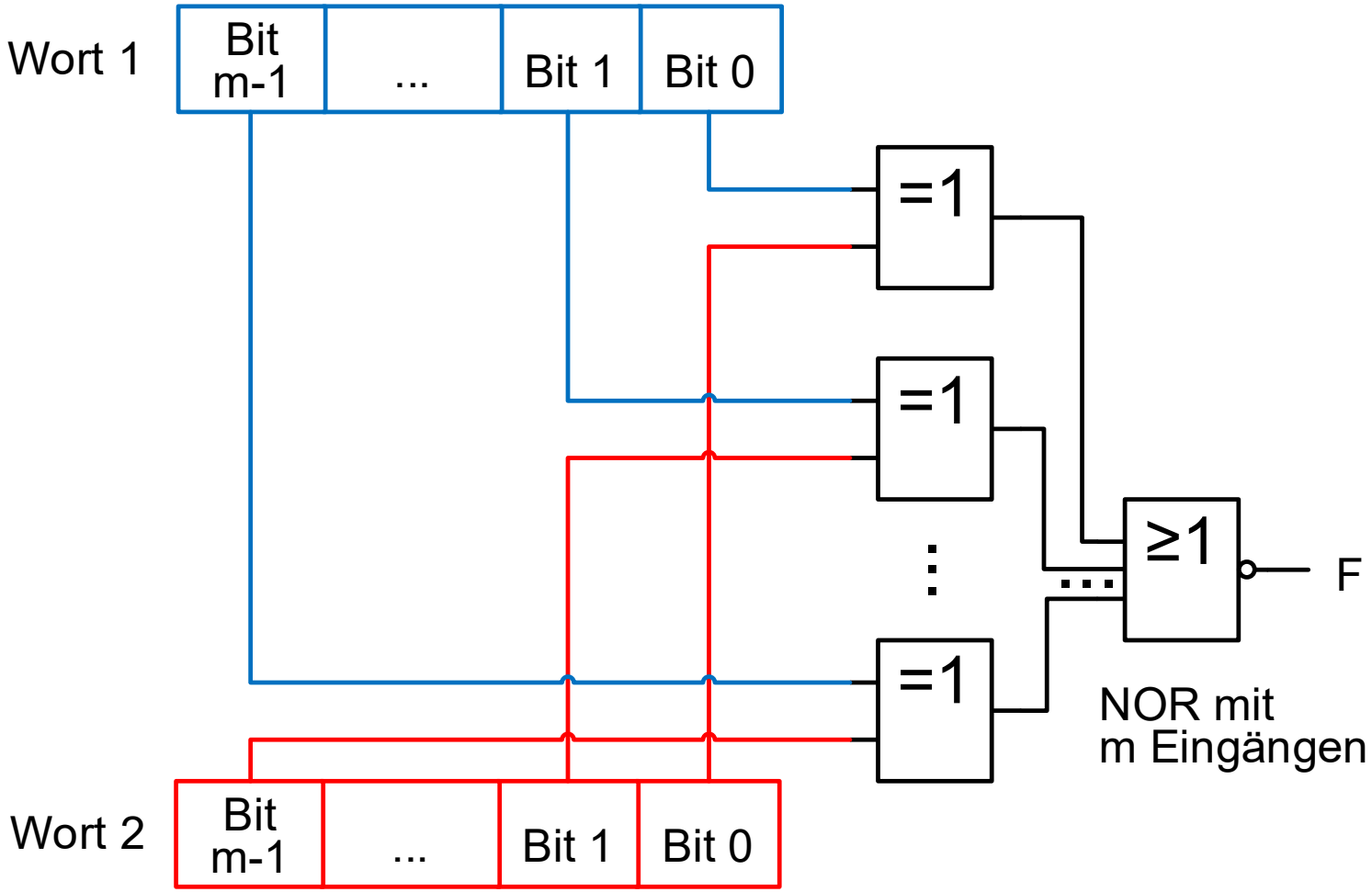
Beispiel 3b:



Kombinatorische Schaltnetze (18)

Anwendung von EXOR-Gattern:

Test auf Gleichheit von zwei Worten



Kombinatorische Schaltnetze (19)

Äquivalente Schaltnetze:

- Schaltnetze sind äquivalent, wenn sie identische Wahrheitstabellen haben.

Kriterien für den Vergleich äquivalenter Schaltnetze:

- Geschwindigkeit (Wie lange dauert es, bis eine neue Inputbelegung das entsprechende Ausgangssignal generiert?)
  - Maß: Maximale Anzahl der in Serie geschalteten Gatter im Schaltnetz, bezeichnet als *Gattertiefe*
- Anzahl der Verbindungen
  - Maß: Gesamtzahl aller Gatterinputs im Schaltnetz
- Integrierende, allgemeine Kostenfunktion
  - Maß: Summe aus Anzahl der Gatter plus Anzahl der Gatterinputs

Minimierung (der Kosten zur Implementierung) von Schaltnetzen:

- Ein Schaltnetz ist minimal, wenn es bzgl. eines vorgegebenen Maßes (Kostenfunktion) kein äquivalentes Schaltnetz mit geringeren Kosten gibt

Kombinatorische Schaltnetze (20)

Zusammenfassung:

- Gatter sind die Basiseinheiten von Schaltnetzen
- Verhalten von Schaltnetzen wird beschrieben durch Wahrheitstabellen
- Interessant sind minimale Schaltnetze

Es fehlt:

formale, elegante Methodik, die weniger umständlich ist, als das Hantieren mit Wahrheitstabellen, zur

- Beschreibung von Schaltnetzen
- Analyse und Synthese von Schaltnetzen
- Minimierung von Schaltnetzen

→ Einführung der Booleschen (Schalt-) Algebra